Cahier de vacances de mathématiques
de la 2nde vers la 1ère

Equipe de mathématiques du
Lycée Général et Technologique Albert Londres

Eté 2026

Pour que tu puisses aborder l'année scolaire prochaine avec sérénité, l'équipe de mathématiques du lycée a conçu pour toi ce cahier de vacances.
Tu peux commencer par regarder les vidéos pour te rafraîchir la mémoire. Ensuite, essaye de faire les exercices sans utiliser aucune aide.
Si tu bloques trop longtemps sur une question ou si tu ne vois pas comment l'aborder, tu peux utiliser ton cours et visionner à nouveau les vidéos.
Une fois l'exercice terminé, et seulement à ce moment-là, regarde le corrigé et compare avec ce que tu as fait.
Bon travail et bonnes vacances.

Sommaire

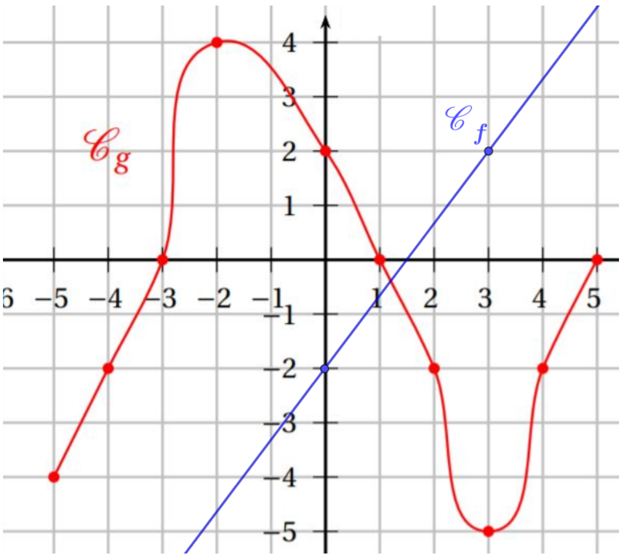
1. Thème : fonctions

Des vidéos pour comprendre.

- Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation.
- Dresser un tableau de variations à partir d'un graphique.
- Déterminer les variations d'une fonction.
- Représenter une fonction affine.
- Déterminer graphiquement l'expression d'une fonction affine.

Exercice 1.

On considère les fonctions f et g dont les courbes représentatives sont données ci-dessous.



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction g.
2. Dresser le tableau des variations de la fonction g.
3. Dresser le tableau de signes de la fonction g.
4. Vrai ou Faux ? $g(3,01) > g(3,02)$. Justifier
5. Donner l'image de -2 par la fonction g.
6. Donner le ou les antécédents de -3 par la fonction g.
7. Résoudre graphiquement $g(x) < -2$.
8. Déterminer l'expression de la fonction f.
9. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$

Corrigé

Exercice 2.

Pour chacune des cinq fonctions : carré, cube, inverse, racine carrée et celle définie par $f(x) = -3x + 2$:

- Tracer l'allure de sa courbe représentative.
- Donner son tableau de variations.
- Donner son tableau de signes.
- Résoudre l'inéquation $f(x) > 8$ (où f est chacune des cinq fonctions ci-dessus).
  On pourra s'aider du graphique.

Corrigé

Exercice 3.

Une entreprise fabrique et vend des lunettes pour les jeux de réalité augmentée.

L'entreprise vend entre 0 et 500 lunettes par mois.

Le service comptable modélise le bilan financier (en dizaines de milliers d'euros) de l'entreprise pour x lunettes vendues (en centaines) par la fonction B définie pour tout $x \in [0\,;5]$ par :

$$B(x) = -\frac{1}{x+0,5} + 1$$

Si le bilan financier est positif on parle de bénéfice ; s'il est négatif, on parle de perte.

1. Quel est le bilan financier pour la vente de 400 lunettes ?
2. Combien faut-il produire et vendre de lunettes pour que le bénéfice soit de 5 000 € ?
3. En utilisant le menu « Table » de la calculatrice (PAS = 0.5) ou Géogébra, conjecturer le sens de variation de le fonction B pour $x \in [0\,;5]$. Quel semble être le bénéfice maximal réalisé ?

   Un tuto pour la Casio collège et Un tuto pour la TI collège
4. Écrire B sous forme de quotient et réaliser le tableau de signes de la fonction B.
5. Combien de lunettes l'entreprise doit-elle produire et vendre pour réaliser un bénéfice ?

Corrigé

2. Thème : nombres et calculs

Des vidéos pour comprendre.

- Développer une expression avec ou sans identité remarquable 1.
  Développer une expression avec ou sans identité remarquable 2.
- Factoriser une expression 1.
  Factoriser une expression 2.
  Factoriser une expression 3.
- Réduire au même dénominateur.
- Résoudre une équation.
- Résoudre une équation-produit ou s'y ramenant 1.
  Résoudre une équation-produit ou s'y ramenant 2.
- Résoudre une inéquation.
- Dresser un tableau de signes.
- Résoudre une inéquation-produit.

Exercice 4.

1. Calculer les expressions suivantes sans utiliser la calculatrice.

$$A = \frac{5^{11} \times 5^3}{(5^4)^3} \qquad B = -3^2 - 4 \times (-2) + (-7)^2$$

2. Mettre les expressions suivantes au même dénominateur.

$$C = \frac{3}{x+4} - \frac{1}{2x+5} \qquad D = \frac{5}{x} + \frac{x}{x+1} - 2$$

Corrigé

Exercice 5.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

- $3x + 5 = -7x + 1$
- $(x-5)\left(2x + \frac{1}{3}\right) = 0$
- $\frac{2}{5}x \geq 3$
- $-5x + 1 < 2x + 4$

Corrigé

Exercice 6.

1. Développer et réduire les expressions suivantes :
   - $A = (-3x+1)^2 + (x-3)^2 + (2x-1)(2x+1)$
   - $B = 3x - (4 - \sqrt{x})(4 + 5\sqrt{x})$ (avec $x \geq 0$)
2. Factoriser les expressions suivantes :
   - $C = (2x+1)^2 - 25$
   - $D = 25t^2 + 30t + 9$
   - $E = (a-5)(2a+1) - (a-5)(-3a+7)$

Corrigé

Exercice 7.

On considère l'expression définie pour tout réel x par $A(x) = (2x-3)^2 + (2x-3)(x-1)$

1. Sans utiliser de calculatrice, calculer $A(1)$.
2. Développer $A(x)$.
3. Montrer, à l'aide d'une factorisation, que $A(x) = (2x-3)(3x-4)$.
4. Résoudre $A(x) > 0$.

Corrigé ✎

3. Thème : statistiques et probabilités

Des vidéos pour comprendre.

- Déterminer un coefficient multiplicateur.
- Calculer des taux d'évolution successifs.
- Dénombrer pour calculer une probabilité
- Calculer une probabilité à l'aide d'un tableau
- Calculer une probabilité à l'aide d'un arbre (deux épreuves)

Exercice 8.

Lors d'un journal télévisé, le présentateur déclare en présentant le schéma ci-dessous : « la facture d'électricité va augmenter de 6 % par an pendant 5 ans ce qui représente une hausse de 30 % ».

1. L'exemple présenté correspond-il à une augmentation de 30 % ?
2. En prenant 693 € comme prix de référence en 2012, déterminer le montant de la facture en 2017 suite à ces augmentations successives de 6 % par an.

Corrigé

Exercice 9.

Une urne contient 100 boules, indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 100. On prélève une boule au hasard. On considère les événements suivants :

- A : « le numéro de la boule est pair. »
- B : « le numéro de la boule est un multiple de 5. »
- C : « le numéro de la boule est un multiple de 10. »

1. Calculer les probabilités des événements A, B, C, $A \cap B$, $B \cap C$ et $A \cap \overline{C}$.
2. En déduire la probabilité des événements $A \cup B$ et $A \cup \overline{C}$.
   Que peut-on dire de l'événement $A \cup \overline{C}$?

Corrigé

Exercice 10.

Le code d'ouverture d'une porte d'immeuble est composé d'une lettre choisie entre A et B, suivie d'un numéro composé de deux chiffres choisis parmi 2, 3 et 4. On peut par exemple former le code A44 ou B32. On tape au hasard ce code.

1. Construire un arbre de dénombrement, puis déterminer toutes les issues possibles de cette expérience.
2. Calculer les probabilités des évènements suivants :
   A : « Le code ne se termine pas par un chiffre pair ».
   B : « Le code se termine par un chiffre pair ».

Corrigé

Exercice 11.

Un concessionnaire automobile fait le bilan de ses ventes du mois précédent. Sur les 250 véhicules vendus, au total, 40 % étaient d'occasion, 48 % étaient des véhicules essence et 30 % étaient des véhicules diesel. Parmi les véhicules neufs, 26 % étaient des véhicules diesel et un tiers des véhicules hybrides.
Le comptable sélectionne au hasard la facture d'un véhicule vendu le mois précédent.
On considère les événements suivants :
H : « La facture correspond à un véhicule hybride »
N : « La facture correspond à un véhicule neuf ».

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Neuf	Occasion	Total
Diesel			
Essence			
Hybride			
Total			250

2. Déterminer la probabilité des événements H et N.
3. Décrire par une phrase l'événement $H \cap N$, puis calculer sa probabilité.
4. Décrire par une phrase l'événement $H \cup N$, puis calculer sa probabilité.
5. En supposant que les ventes du mois en cours soient similaires à celles du mois précédent, le concessionnaire affirme qu'il aura deux fois plus de chances de vendre des véhicules non hybrides que des véhicules d'occasion. A-t-il raison ?

Corrigé ✎

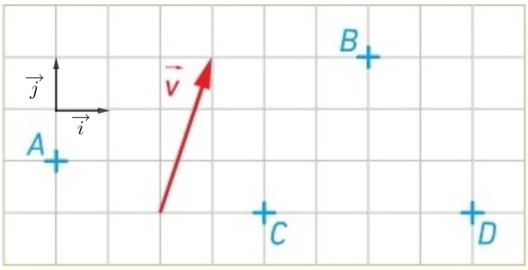
4. Thème : géométrie

Des vidéos pour comprendre.

- Lire les coordonnées d'un vecteur.
- Calculer les coordonnées d'un vecteur.
- Vérifier si deux vecteurs sont colinéaires ou non (critère de colinéarité).
- Appliquer le critère de colinéarité pour démontrer l'alignement.
- Représenter une droite définie par son équation.
- Vérifier si un point appartient à une droite.
- Déterminer une équation de droite connaissant deux points.
- Déterminer une équation cartésienne de droite définie par un point et un vecteur directeur.

Exercice 12.

On considère la figure ci-contre.



1. Construire l'image E du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$.
   Quelle égalité de vecteurs peut-on en déduire ?
   Que peut-on en déduire géométriquement ?
2. Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$
   Que peut-on en déduire géométriquement ?
3. Construire le représentant d'origine A du vecteur $\overrightarrow{v}$.
4. Construire le représentant d'extrémité B du vecteur $\overrightarrow{v}$.
   On appelle R l'origine de ce vecteur.
5. Par lecture graphique, donner les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{BR}$ dans la base orthonormée $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
6. Construire les points M, N et P définis par :
   $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$; $\quad \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; $\quad \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$.
7. Montrer que $BNMC$ est un parallélogramme.
   (On pourra utiliser la relation de Chasles et les résultats de la question 6.)

Corrigé

Exercice 13.

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-2;1)$, $T(1;6)$, $R(3;3)$ et $E(0;-2)$.

1. Montrer que le quadrilatère $ATRE$ est un parallélogramme. Est-ce un rectangle ?
2. Déterminer les coordonnées du point P tel que que $RPTE$ soit un parallélogramme.
3. $RPTE$ est-il un losange ?

Corrigé

Exercice 14.

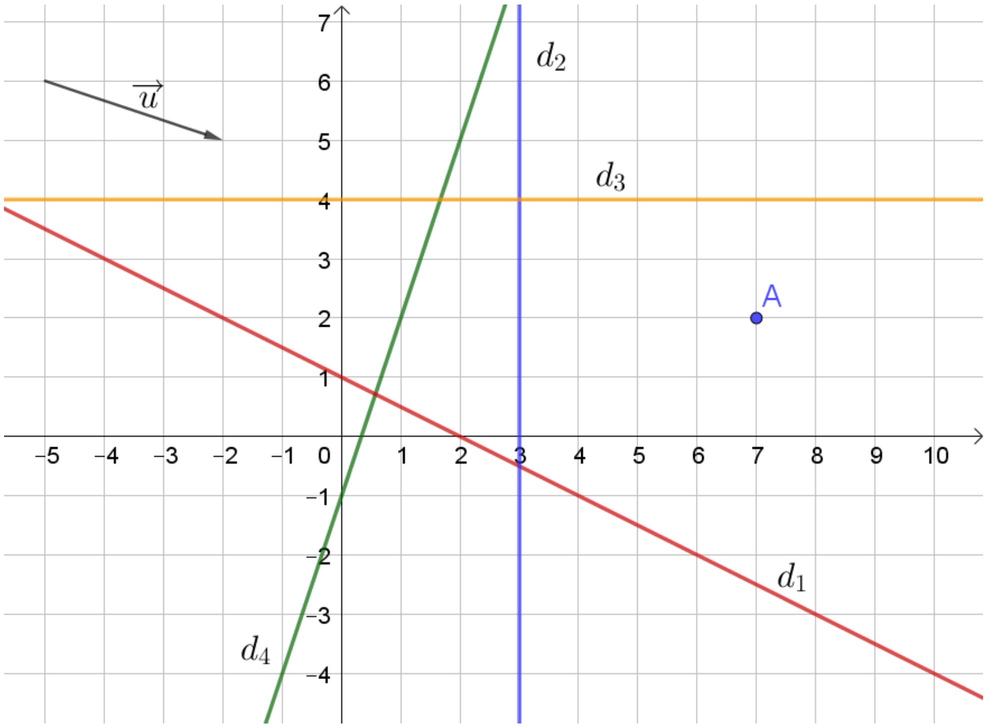
On se place dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

On donne les points $B(-3;0)$, $C(5;4)$ et $D(-1;1)$. On définit le vecteur $\overrightarrow{OA} = 6\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j}$.

1. Montrer que les droites (OA) et (BC) sont parallèles.
2. Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère $OACB$?
3. Les points B, C et D sont-ils alignés ? Justifier.
4. Déterminer y pour que le point $M(25;y)$ appartienne à la droite (AB).

Corrigé

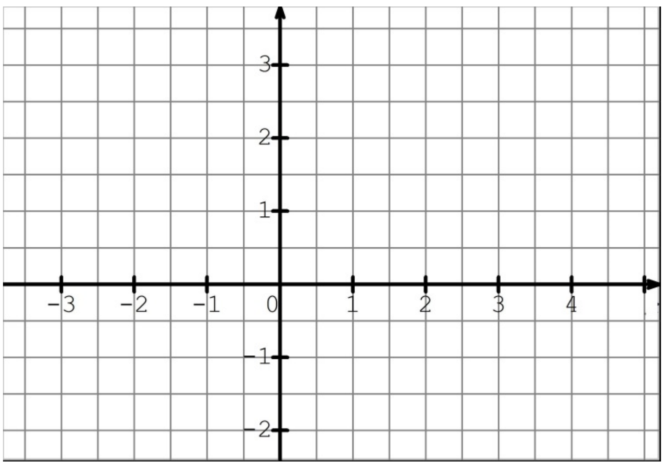
Exercice 15.



1. Donner l'équation réduite de chacune des droites ci-dessus.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

Corrigé ✎

Exercice 16.



1. Tracer, dans le repère ci-dessus, les droites d, d' et d'' d'équations respectives $y = -x + 3$, $y = \dfrac{1}{3}x + 1$ et $x = 2$.
2. Déterminer si le point $A(8\,;25)$ appartient ou non à la droite d'équation $y = 4x - 7$.
3. Résoudre les systèmes :

$$(S_1) : \begin{cases} 5x - 3y = 17 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \quad \text{et} \quad (S_2) : \begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x + 7y = 6 \end{cases}$$

Corrigé ✎

5. Thème : un peu d'algorithmique et programmation

Exercice 17.

Voici une fonction écrite en Python.

```
def fonction(x):
    if x > 5:
        return 3+x**2
    else :
        return -2*x+1
```

1. Quel résultat obtient-on si on tape $\boxed{fonction(4)}$ dans la console Python ?
2. Et si on tape $\boxed{fonction(10)}$?
3. Que doit-on écrire dans la console Python pour obtenir 11 avec cette fonction ?

Corrigé

Exercice 18.

Voici une fonction écrite en Python.

```
def evolution (prix, nb_annees, coeff):
    for i in range(1, nb_annees):
        prix=prix*coeff
    return prix
```

1. Quel résultat obtient-on si on tape $\boxed{evolution(1500,\ 4,\ 1.08)}$ dans la console Python ?
2. Un employé gagne 1 800 € par mois. Chaque année son salaire augmente de 5 %.
   Que doit-on écrire dans la console Python pour connaitre son salaire au bout de 10 ans en utilisant la fonction ?

Corrigé

6. Pour les courageuses et courageux qui veulent en faire plus...

1. Exercices en ligne sur la plateforme Nathan.
2. LaboMEP, pour une multitude d'exercices.

7. Corrigés des exercices

Corrigé de l'exercice 1.

1. $\mathscr{D}_g = [-5\,;5]$.
2.

x	-5		-2		3		5
$g(x)$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0

3.

x	-5		-3		1		5
signe de $g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0

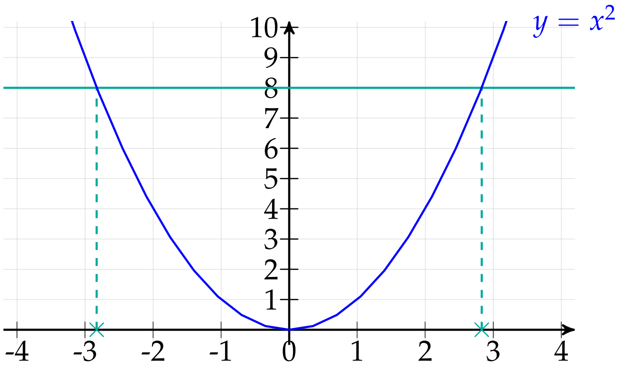
4. Faux.
   La fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $[3\,;5]$ donc $3,01 < 3,02$ implique $g(3,01) < g(3,02)$.
5. $g(-2) = 4$.
6. Les antécédents de -3 par la fonction g sont $-4,5$; $2,2$ et $3,8$ (valeurs approximatives).
7. Les solutions sont les abscisses des points où $\mathscr{C}_g$ est strictement en-dessous de la droite horizontale d'équation $y = -2$.
   Graphiquement, on trouve $\mathscr{S} = [-5\,;-4[\cup]2\,;4[$.
8. La représentation graphique de f est une droite donc f est une fonction affine dont l'expression s'ecrit $f(x) = ax + b$. a est le coefficient directeur de la droite et b l'ordonnée à l'origine.
   Graphiquement on lit $a = \dfrac{4}{3}$ et $b = -2$.
   Donc $f(x) = \dfrac{4}{3}x - 2$.
9. Les solutions sont les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
   Graphiquement on lit $\mathscr{S} = \{1, 2\}$.

Retour à l'exercice ⏪

Corrigé de l'exercice 2.

Dans les tableaux ci-dessous les valeurs entre parenthèses sont données à titre indicatif mais ne sont pas exigées.

Fonction carré

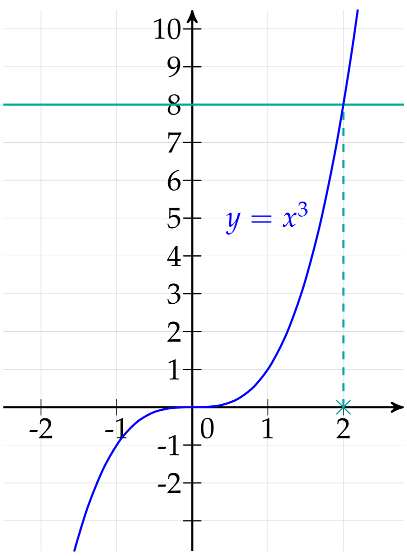
- 

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de la fonction carrée	$(+\infty)$ ↘	0	↗ $(+\infty)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
signe de x^2	$+$	0	$+$

- $\mathscr{S} =]-\infty\,;-\sqrt{8}[\cup]\sqrt{8}\,;+\infty[$
  (Voir tracés en vert sur la figure)

Fonction cube

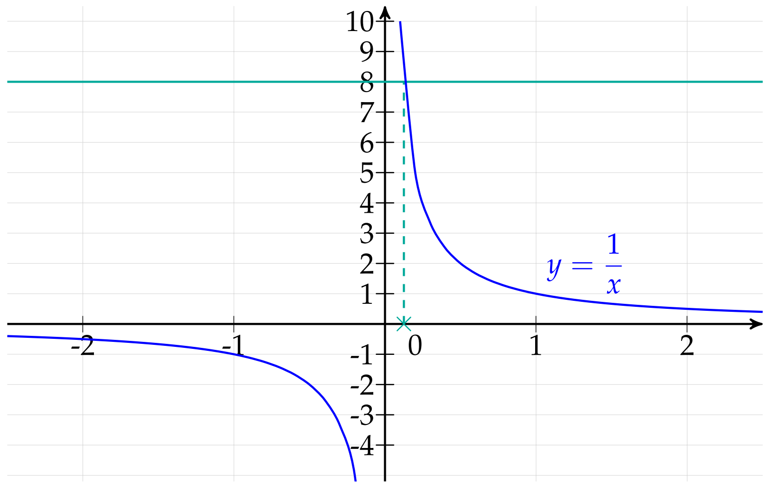
- 

x	$-\infty$	$+\infty$
Variations de de la fonction cube	$(-\infty)$ ↗	$(+\infty)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
signe de x^3	$-$	0	$+$

- $\mathscr{S} =]2\,;+\infty[$
  (Voir tracés en vert sur la figure)

Fonction inverse

- 

-

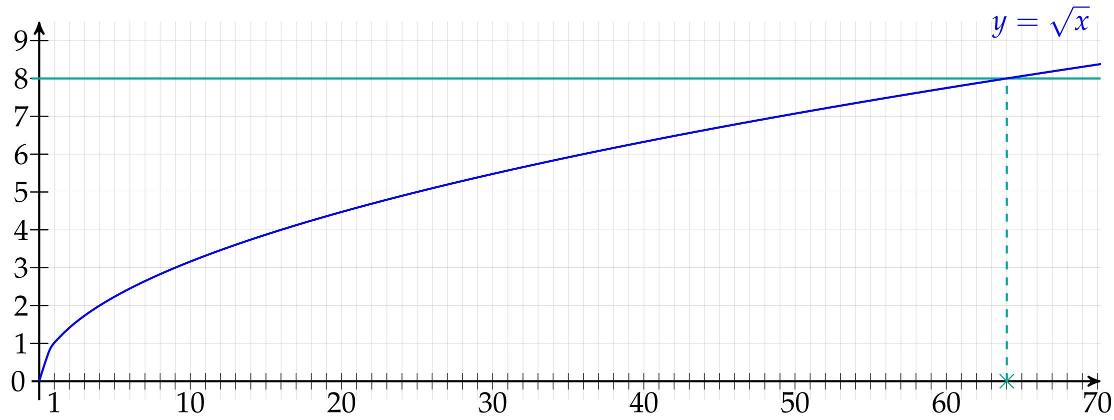
x	$-\infty$		0		$+\infty$
Variations de la fonction inverse	(0)	$\searrow$	$(-\infty)$ || $(+\infty)$	$\searrow$	(0)

-

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signe de $\frac{1}{x}$		$-$	||	$+$	

- $\mathscr{S} = \left]0\,;\frac{1}{8}\right[$
(Voir tracés en vert sur la figure)

Fonction racine carrée

- 

-

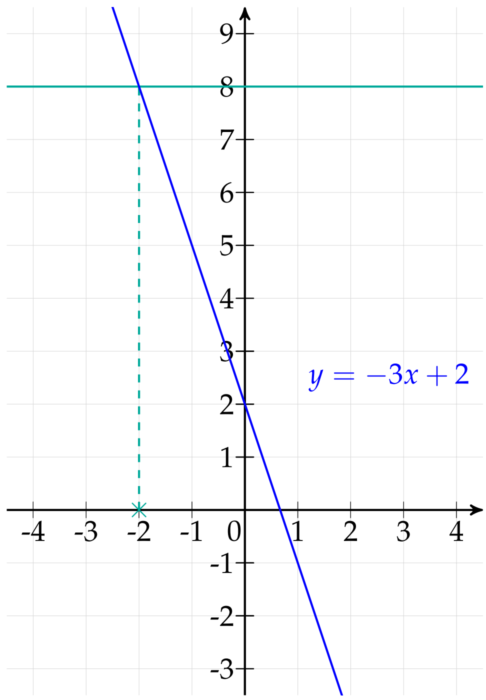
x	0		$+\infty$
Variations de la fonction racine carrée	0	$\nearrow$	$(+\infty)$

-

x	0		$+\infty$
signe de $\sqrt{x}$	0	$+$	

- $\mathscr{S} =]64\,;+\infty[$
(Voir tracés en vert sur la figure)

Fonction $f(x) = -3x + 2$

- 

- $a = -3 < 0$ donc le fonction affine f est décroissante.

x	$-\infty$		$+\infty$
Variations de $-3x+2$	$(+\infty)$	$\searrow$	$(-\infty)$

- $f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
signe de $-3x+2$		$+$	0	$-$	

- $-3x + 2 > 8 \Leftrightarrow -3x > 6 \Leftrightarrow x < -2$.

  $\mathscr{S} =]-\infty\,;-2[$
  (Voir tracés en vert sur la figure)

Retour à l'exercice ◀◀

Corrigé de l'exercice 3.

1. Si l'entreprise vend 400 lunettes cela représente 4 centaines. On cherche donc l'image de 4 par la fonction B.
   $B(4) = -\dfrac{1}{4+0,5} + 1 = -\dfrac{1}{4,5} + 1 = -\dfrac{2}{9} + 1 = \dfrac{7}{9} \approx 0,7778.$
   Si l'entreprise vend 400 lunettes, le bénéfice est d'environ $0,78$ dizaines de milliers d'euros soit 7 778 euros.

2. On cherche le(s) antécédent(s) de $0,5$ par B ; car 5 000 € est égal à $0,5$ dizaines de milliers d'euros.

   On résout l'équation suivante :
   $$\begin{aligned} -\frac{1}{x+0,5} + 1 = 0,5 &\Leftrightarrow -\frac{1}{x+0,5} = -0,5 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{x+0,5} = \frac{0,5}{1} \\ &\Leftrightarrow 0,5 \times (x+0,5) = 1 \times 1 \\ &\Leftrightarrow x + 0,5 = \frac{1}{0,5} \\ &\Leftrightarrow x = 2 - 0,5 \\ &\Leftrightarrow x = 1,5 \end{aligned}$$
   Il faut que l'entreprise vende 150 lunettes, pour réaliser un bénéfice de 5 000 €.

3. Menu « TABLE » de la calculatrice : Début = 0; Fin = 5; Pas = 0.5

   La fonction B semble être strictement croissante $[0;5]$.

   Le maximum semble être atteint pour $x = 5$, et il vaut $B(5) \approx 0,8181$.

   Le bénéfice maximal réalisé par cette entreprise sera d'environ 8 181 €.

4. $B(x) = -\dfrac{1}{x+0,5} + 1 = -\dfrac{1}{x+0,5} + \dfrac{x+0,5}{x+0,5} = \dfrac{-1+x+0,5}{x+0,5} = \dfrac{x-0,5}{x+0,5}$

   B est le quotient de deux fonction affines.

   $x - 0,5$ est affine avec $a = 1 > 0$

   Elle est donc croissante, négative avant sa racine et positive après.

   $x - 0,5 = 0 \Leftrightarrow x = 0,5$.

   La racine est $0,5 \in [0;5]$.

   $x + 0,5$ est affine $a = 1 > 0$

   Elle est donc croissante, négative avant sa racine et positive après.

   $x + 0,5 = 0 \Leftrightarrow x = -0,5$.

   La racine est $-0,5 \notin [0;5]$.

x	0		0,5		5
$x - 0,5$		$-$	0	$+$	
$x + 0,5$		$+$	0	$+$	
$\dfrac{x-0,5}{x+0,5}$		$-$	0	$+$	

   Attention, dans ce tableau de signes on ne peut pas placer la racine $-0,5$ qui n'appartient pas à l'ensemble de définition de la fonction B. Il faut donc « couper » le tableau habituel et faire très attention aux signes.

5. En utilisant le tableau de signes, on obtient $\mathscr{S} =]0,5;5]$.

   Il faut vendre entre 51 et 500 lunettes pour réaliser un bénéfice.

Retour à l'exercice ◀◀

Corrigé de l'exercice 4.

$$\begin{aligned} A &= \frac{5^{11}\times 5^3}{(5^4)^3} \\ A &= \frac{5^{11+3}}{5^{4\times 3}} \\ A &= \frac{5^{14}}{5^{12}} \\ A &= 5^{14-12} \\ A &= 5^2 \\ A &= 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -3^2-4\times(-2)+(-7)^2 \\ B &= -9+8+49 \\ B &= 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{3}{x+4}-\frac{1}{2x+5} \\ C &= \frac{3(2x+5)}{(x+4)(2x+5)}-\frac{1(x+4)}{(2x+5)(x+4)} \\ C &= \frac{6x+15}{(x+4)(2x+5)}-\frac{x+4}{(2x+5)(x+4)} \\ C &= \frac{6x+15-(x+4)}{(x+4)(2x+5)} \\ C &= \frac{6x+15-x-4}{(x+4)(2x+5)} \\ C &= \frac{5x+11}{(x+4)(2x+5)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{5}{x}+\frac{x}{x+1}-2 \\ D &= \frac{5(x+1)}{x(x+1)}+\frac{x\times x}{x(x+1)}-\frac{2x(x+1)}{x(x+1)} \\ D &= \frac{5x+5}{x(x+1)}+\frac{x^2}{x(x+1)}-\frac{2x^2+2x}{x(x+1)} \\ D &= \frac{5x+5+x^2-(2x^2+2x)}{x(x+1)} \\ D &= \frac{5x+5+x^2-2x^2-2x}{x(x+1)} \\ D &= \frac{-x^2+3x+5}{x(x+1)} \end{aligned}$$

Retour à l'exercice ◀◀

Corrigé de l'exercice 5.

• $$\begin{aligned} 3x+5=-7x+1 &\Leftrightarrow 3x+7x=1-5 \\ &\Leftrightarrow 10x=-4 \\ &\Leftrightarrow x=-\frac{4}{10} \\ &\Leftrightarrow x=-0,4 \end{aligned}$$

$\mathscr{S}=\{-0,4\}$

• $$\begin{aligned} \frac{2}{5}x\geq 3 &\Leftrightarrow x\geq 3\div\frac{2}{5} \\ &\Leftrightarrow x\geq 3\times\frac{5}{2} \\ &\Leftrightarrow x\geq\frac{15}{2} \end{aligned}$$

$\mathscr{S}=[7,5\,;+\infty[$

• C'est une équation produit-nul.

$$\begin{aligned} (x-5)\left(2x+\frac{1}{3}\right)=0 &\Leftrightarrow x-5=0 \quad \text{ou} \quad 2x+\frac{1}{3}=0 \\ &\Leftrightarrow x=5 \quad \text{ou} \quad 2x=-\frac{1}{3} \\ &\Leftrightarrow x=5 \quad \text{ou} \quad x=-\frac{1}{6} \end{aligned}$$

$\mathscr{S}=\left\{-\frac{1}{6}\,;5\right\}$

• $$\begin{aligned} -5x+1<2x+4 &\Leftrightarrow -5x-2x<4-1 \\ &\Leftrightarrow -7x<3 \\ &\Leftrightarrow x>-\frac{3}{7} \end{aligned}$$

$\mathscr{S}=\left]-\frac{3}{7}\,;+\infty\right[$

Retour à l'exercice ◀◀

Corrigé de l'exercice 6.

1.
$$\begin{array}{rcl} A & = & (-3x+1)^2+(x-3)^2+(2x-1)(2x+1) \\ A & = & ((-3x)^2+2\times(-3x)\times 1+1^2)+(x^2-2\times x\times 3+3^2)+((2x)^2-1^2) \\ A & = & 9x^2-6x+1+x^2-6x+9+4x^2-1 \\ A & = & 14x^2-12x+9 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} B & = & 3x-(4-\sqrt{x})(4+5\sqrt{x}) \\ B & = & 3x-(4\times 4+4\times 5\sqrt{x}-\sqrt{x}\times 4-5\times\sqrt{x}\times\sqrt{x}) \\ B & = & 3x-(16+20\sqrt{x}-4\sqrt{x}-5(\sqrt{x})^2) \\ B & = & 3x-(16+16\sqrt{x}-5x) \\ B & = & 3x-16-16\sqrt{x}+5x \\ B & = & 8x-16\sqrt{x}-16 \end{array}$$

2.
$$\begin{array}{rcl} C & = & (2x+1)^2-25 \\ C & = & (2x+1)^2-5^2 \\ C & = & ((2x+1)-5)((2x+1)+5) \\ C & = & (2x+1-5)(2x+1+5) \\ C & = & (2x-4)(2x+6) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} D & = & 25t^2+30t+9 \\ D & = & (5t)^2+2\times 5t\times 3+3^2 \\ D & = & (5t+3)^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} E & = & (a-5)(2a+1)-(a-5)(-3a+7) \\ E & = & (a-5)\left[(2a+1)-(-3a+7)\right] \\ E & = & (a-5)\left[2a+1+3a-7\right] \\ E & = & (a-5)(5a-6) \end{array}$$

Retour à l'exercice ⏪

Corrigé de l'exercice 7.

1. $A(1)=(2\times 1-3)^2+(2\times 1-3)(1-1)=(-1)^2+(-1)\times 0=1.$

2.
$$\begin{array}{rcl} A(x) & = & ((2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2)+(2x\times x-2x\times 1-3\times x+3\times 1) \\ A(x) & = & 4x^2-12x+9+2x^2-2x-3x+3 \\ A(x) & = & 6x^2-17x+12 \end{array}$$

3.
$$\begin{array}{rcl} A(x) & = & (2x-3)^2+(2x-3)(x-1) \\ A(x) & = & (2x-3)[(2x-3)+(x-1)] \\ A(x) & = & (2x-3)(3x-4) \end{array}$$

4. $A(x)$ est le produit de deux fonctions affines dont le coefficient directeur est positif.
Elles sont donc négatives avant leur racine et positives après. On commence par chercher leur racine :
$2x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ et $3x-4=0 \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}$ puis on complète le tableau de signes.

x	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x-4$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2x-3)\,(3x-4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\mathscr{S}=\left]-\infty\,;\frac{4}{3}\right[\cup\left]\frac{3}{2}\,;+\infty\right[$$

Retour à l'exercice ⏪

Corrigé de l'exercice 8.

1. Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 6 % est 1,06 ; celui associé à 5 augmentations successives de 6 % est donc $1,06^5 \approx 1,34$, ce qui correspond à une augmentation d'environ 34 %.

   L'exemple présenté ne correspond donc pas à une augmentation de 30 %.

2. $693 \times 1,06^5 \approx 927$.

   Le montant de la facture en 2017 est d'environ 927 €.

Retour à l'exercice ⏪

Corrigé de l'exercice 9.

Dans cette expérience aléatoire, on a équiprobabilité et $\Omega = \{1; 2; 3; ...; 100\}$.

; $\quad B \cap C = C$

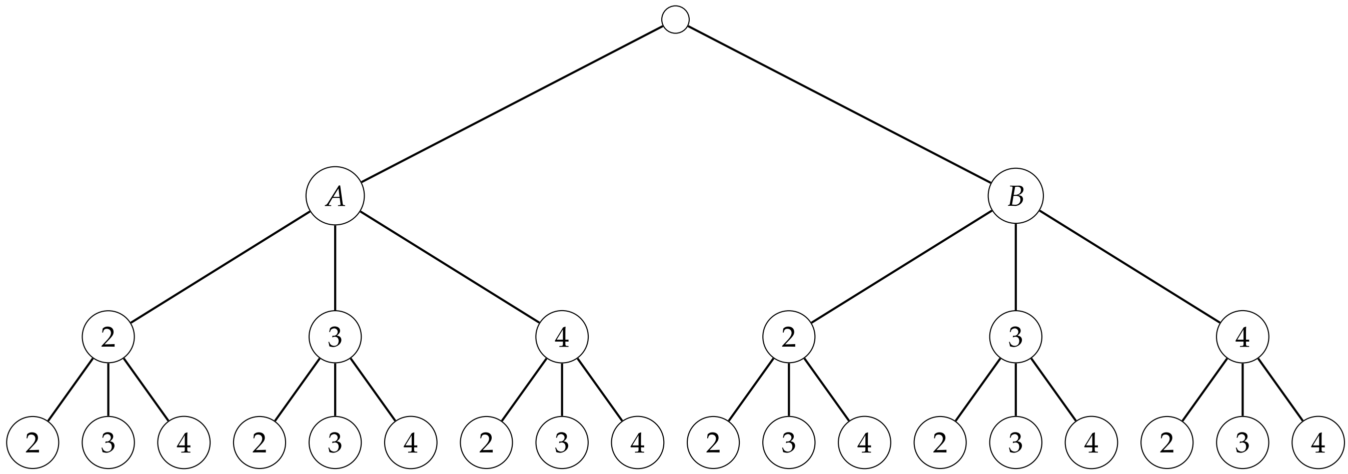
1. - $A = \{2; 4; 6; 8; ...; 100\}$ donc
     $P(A) = \dfrac{50}{100} = \dfrac{1}{2}$ car il y a 50 numéros pairs entre 1 et 100 ;
   - $B = \{5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 100\}$ donc
     $P(B) = \dfrac{20}{100} = \dfrac{1}{5}$ car il y a 20 numéros multiples de 5 entre 1 et 100 ;
   - $C = \{10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100\}$ donc
     $P(C) = \dfrac{10}{100} = \dfrac{1}{10}$ car il y a 10 numéros multiples de 10 entre 1 et 100 ;
   - $A \cap B = C$ donc
     $P(A \cap B) = \dfrac{10}{100} = \dfrac{1}{10}$ car il y a 10 numéros pairs multiples de 5, c'est-à-dire multiples de 10 entre 1 et 100 ;
   - $B \cap C = C$ donc
     $P(B \cap C) = \dfrac{10}{100} = \dfrac{1}{10}$ car il y a 10 numéros multiples de 5 et de 10 à la fois, c'est-à-dire multiples de 10 entre 1 et 100 ;
   - $A \cap \overline{C} = \{2; 4; 6; 8; 12; 14; 16; 18; ...; 92; 94; 96; 98\}$ donc
     $P(A \cap \overline{C}) = \dfrac{40}{100} = \dfrac{2}{5}$ car il y a 40 numéros pairs qui ne sont pas multiples de 10 entre 1 et 100 ;

2. - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{50}{100} + \dfrac{20}{100} - \dfrac{10}{100} = \dfrac{60}{100} = \dfrac{3}{5}$.
   - $P(A \cup \overline{C}) = P(A) + P(\overline{C}) - P(A \cap \overline{C})$.
     Or $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \dfrac{10}{100} = \dfrac{90}{100} = \dfrac{9}{10}$.
     D'où : $P(A \cup \overline{C}) = \dfrac{50}{100} + \dfrac{90}{100} - \dfrac{40}{100} = \dfrac{100}{100} = 1$.
     $A \cup \overline{C}$ est un événement certain.
     Remarque : $A \cup \overline{C}$ = « le numéro de la boule est pair ou n'est pas multiple de 10 » $= \Omega$

Retour à l'exercice ⏪

Corrigé de l'exercice 10.

On est dans une situation d'équiprobabilité.



1. Il y a donc $2 \times 3 \times 3 = 18$ issues possibles : A22, A23, A24, A32, ..., B43, B44.
2. $P(A) = \dfrac{6}{18} = \dfrac{1}{3}$ car les seules issues favorables sont A23, A33, A43, B23, B33 et B43.

   $P(B) = P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$.

Retour à l'exercice ◀◀

Corrigé de l'exercice 11.

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.

	Neuf	Occasion	Total
Diesel	39	36	75
Essence	61	59	120
Hybride	50	5	55
Total	150	100	250

2. $P(H) = \dfrac{55}{250} = \dfrac{11}{50}$ et $P(N) = \dfrac{150}{250} = \dfrac{3}{5}$.
3. $H \cap N$: « La facture correspond à un véhicule hybride neuf ».

   $P(H \cap N) = \dfrac{50}{250} = \dfrac{1}{5}$.
4. $H \cup N$: « La facture correspond à un véhicule hybride ou neuf ».

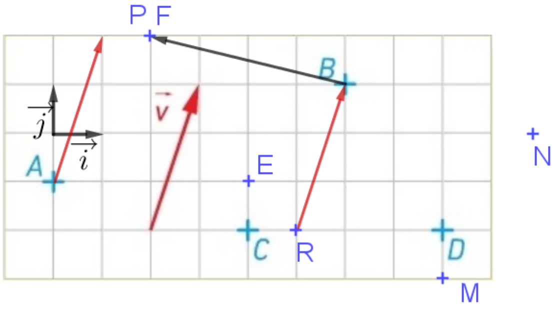
   $P(H \cup N) = P(H) + P(N) - P(H \cap N) = \dfrac{55}{250} + \dfrac{150}{250} - \dfrac{50}{250} = \dfrac{155}{250} = \dfrac{31}{50}$.
5. $P\left(\overline{H}\right) = 1 - P(H) = 1 - \dfrac{55}{250} = \dfrac{195}{250} = \dfrac{39}{50} = 0,78$

   $P\left(\overline{N}\right) = 1 - P(N) = 1 - \dfrac{150}{250} = \dfrac{100}{250} = \dfrac{20}{50} = 0,4$.

   $2 \times 0,4 = 0,8$ et $0,78 \approx 0,8$: on peut considérer que le concessionnaire a raison d'affirmer qu'il aura deux fois plus de chances de vendre des véhicules non hybrides que des véhicules d'occasion.

Retour à l'exercice ◀◀

Corrigé de l'exercice 12.



1. On peut écrire $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CD}$. On en déduit que $AEDC$ est un parallélogramme.
2. $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$: on en déduit que BFAC est un parallélogramme.
3. Voir la figure.
4. Voir la figure.
5. $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BR}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$.
6. Voir la figure.
7. $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BA} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
   Donc $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{NM}$ et $BNMC$ est un parallélogramme.
   Autre méthode :
   Par lecture graphique dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$, on a : $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$.
   $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{NM}$: on en déduit que $BNMC$ est un parallélogramme.

Retour à l'exercice ◀◀

Corrigé de l'exercice 13.

1. $\overrightarrow{AT}\begin{pmatrix}x_T - x_A\\y_T - y_A\end{pmatrix}$ donne $\overrightarrow{AT}\begin{pmatrix}1-(-2)\\6-1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AT}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$.
   $\overrightarrow{ER}\begin{pmatrix}x_R - x_E\\y_R - y_E\end{pmatrix}$ donne $\overrightarrow{ER}\begin{pmatrix}3-0\\3-(-2)\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{ER}\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$.
   On en déduit que $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{ER}$: le quadrilatère $ATRE$ est donc un parallélogramme.
   $AR^2 = (x_R - x_A)^2 + (y_R - y_A)^2 = (3-(-2))^2 + (3-1)^2 = 25 + 4 = 29$
   $TE^2 = (x_E - x_T)^2 + (y_E - y_T)^2 = (0-1)^2 + (-2-6)^2 = 1 + 64 = 65$.
   $AR^2 \neq TE^2$ soit $AR \neq TE$.

   Les diagonales $[AR]$ et $[AT]$ n'ont pas la même longueur : le parallélogramme $ATRE$ n'est pas un rectangle. (*On pouvait aussi utiliser la contraposée du théorème de Pythagore*)
2. Si $RPTE$ est un parallélogramme alors $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{ET}$.
   $\begin{cases} x_P - x_R = x_T - x_E \\ y_P - y_R = y_T - y_E \end{cases}$ donne $\begin{cases} x_P - 3 = 1 - 0 = 1 \\ y_P - 3 = 6 - (-2) = 8 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x_P = 1 + 3 = 4 \\ y_P = 8 + 3 = 11 \end{cases}$ donc $P(4\,;\,11)$.
   $RP^2 = (x_P - x_R)^2 + (y_P - y_R)^2 = (4-3)^2 + (11-3)^2 = 1 + 64 = 65$.
   $RE^2 = (x_E - x_R)^2 + (y_E - y_R)^2 = (0-3)^2 + (-2-3)^2 = 9 + 25 = 34$.
   $RP^2 \neq RE^2$ soit $RP \neq RE$.
   Les côtés consécutifs $[RP]$ et $[RE]$ n'ont pas la même longueur : le parallélogramme $RPTE$ n'est pas un losange.

Retour à l'exercice ◀◀

Corrigé de l'exercice 14.

1. $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5-(-3)\\4-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$.

   $det(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{BC})=6\times4-8\times3=24-24=0$.

   Les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires donc les droites (OA) et (BC) sont parallèles.

2. On en déduit que le quadrilatère $OACB$ à deux côtés opposés parallèles : c'est un trapèze.

3. $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}x_D-x_B\\y_D-y_B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1-(-3)\\1-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$.

   $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{BD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires et les points B, C et D sont alignés.

4. $M(25\,;y)$ appartient à la droite (AB) si et seulement $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, c'est-à-dire $det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB})=0$.

   D'une part d'après l'énoncé $\overrightarrow{OA}=6\overrightarrow{i}+3\overrightarrow{j}$ donc $A(6\,;3)$.

   D'autre part, $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x_M-x_A\\y_M-y_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25-6\\y-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}19\\y-3\end{pmatrix}$

   Et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3-6\\0-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9\\-3\end{pmatrix}$.

   $det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB})=0\Leftrightarrow 19\times(-3)-(-9)\times(y-3)=0\Leftrightarrow -57+9y-27=0\Leftrightarrow 9y=84\Leftrightarrow y=\dfrac{28}{3}$.

   Donc $M\left(25\,;\dfrac{28}{3}\right)$.

Retour à l'exercice ⏪

Corrigé de l'exercice 15.

1. $d_1: y=-0,5x+1$; $d_2: x=3$; $d_3: y=4$; $d_4: y=3x-1$

2. Une équation cartésienne de droite est de la forme $ax+by+c=0$ dont un vecteur directeur a pour coordonnées $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$.

   Graphiquement ont lit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ donc $-b=3$ soit $b=-3$ et $a=-1$.

   La doite cherchée a donc une équation de la forme $-x-3y+c=0$.

   Or, $A(7\,;2)$ appartient à cette droite donc ses coordonnées vérifient l'équation.

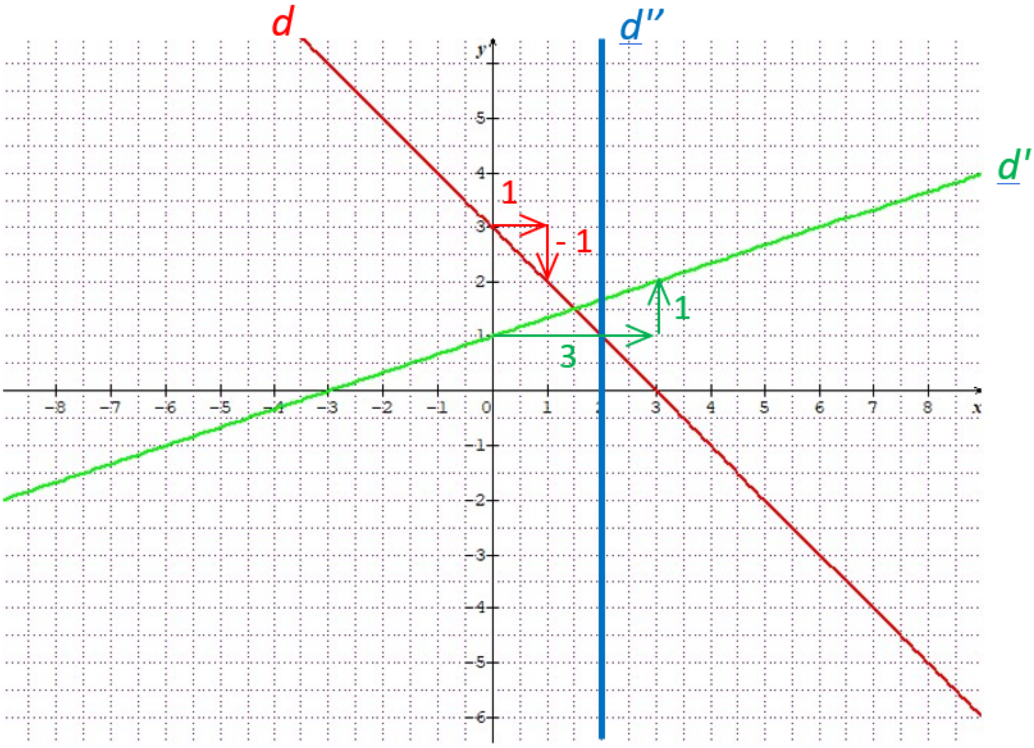
   $-x_A-3y_A+c=0\Leftrightarrow -7-3\times2+c=0\Leftrightarrow -13+c=0\Leftrightarrow c=13$.

   Une équation cartésienne de la droite dirigée par $\overrightarrow{u}$ et passant par A est $-x-3y+13=0$ (ou encore $x+3y-13=0$).

Retour à l'exercice ⏪

Corrigé de l'exercice 16.

1.



2. On a : $x_A = 8$. Or, $4 \times x_A - 7 = 4 \times 8 - 7 = 25 = y_A$.
   Ainsi, les coordonnées du point A vérifient l'équation de la droite.
   Donc le point A appartient bien à la droite d'équation $y = 4x - 7$.

3. • Pour résoudre (S_1), utilisons la méthode par combinaison en multipliant la 2ème équation par 3.
   $\begin{cases} 5x - 3y = 17 & (L_1) \\ 2x + y = 9 & (L_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 17 & (L_1) \\ 6x + 3y = 27 & (L_2 \leftarrow L_2 \times 3) \end{cases}$
   On ajoute alors les lignes (L_1) et (L_2) ce qui donne :
   $11x + 0y = 44 \Leftrightarrow x = \dfrac{44}{11} \Leftrightarrow x = 4.$
   On remplace alors x dans l'une des deux équations pour trouver y.
   $\begin{cases} x = 4 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 2 \times 4 + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 8 + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}.$
   L'unique solution de (S_1) est le couple $(4\,;1)$.

   • Pour résoudre (S_2), utilisons la méthode par substitution en isolant x dans la première ligne et en le remplaçant dans la deuxième.
   $\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x + 7y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 - 3y \\ 2(8 - 3y) + 7y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 - 3y \\ 16 - 6y + 7y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 - 3y \\ y = 6 - 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 - 3y \\ y = -10 \end{cases}$
   On termine en remplaçant y par -10 dans la première ligne.
   $\begin{cases} x = 8 - 3 \times (-10) \\ y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 38 \\ y = -10 \end{cases}$
   L'unique solution de (S_2) est le couple $(38\,;-10)$.

Retour à l'exercice ◀◀

Corrigé de l'exercice 17.

1. Si on tape $fonction(4)$ dans la console Python, alors x prend la valeur 4 et x n'est pas strictement supérieur à 5.

   Il faut donc calculer $-2 \times x + 1$ c'est-à-dire $-2 \times 4 + 1 = -7$.

   On obtient donc -7.

2. Et si on tape $fonction(10)$ alors $x = 10$ et $x > 5$ donc on calcule $3 + 10^2 = 103$.

   On obtient 103.

3. • Soit $x > 5$ et on obtient 11 par la formule $3 + x^2$.

   $3 + x^2 = 11 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt{8}$ ou $x = -\sqrt{8}$.

   Mais aucune de ces deux solutions n'est acceptable car elles ne vérifient pas la condition $x > 5$.

   • Soit $x \leq 5$ et on obtient 11 par la formule $-2x + 1$.

   $-2x + 1 = 11 \Leftrightarrow -2x = 10 \Leftrightarrow x = -5$.

   Cette solution convient car elle vérifie bien la condition $x \leq 5$.

   Pour obtenir 11 on doit taper dans la console $fonction(-5)$.

Retour à l'exercice ⏪

Corrigé de l'exercice 18.

Attention : en Python lorsque on écrit for i in range(1,n) la variable i prend les valeurs 1 à $n - 1$.

1. Voyons comment les variables évoluent à l'aide d'un tableau :

i		1	2	3
prix	1 500	1 620	1749, 6	1 889, 568
nb_annees	4	4	4	4
coeff	1, 08	1, 08	1, 08	1, 08

   On obtient donc 1 889, 568 dans la console Python à la fin de l'exécution.

2. Il faut taper $\boxed{evolution(1800,\ 11,\ 1.05)}$ dans la console Python.

   1.05 car augmenter de 5 % revient à multiplier par 1, 05.

   Et 11 car en Python lorsque on écrit for i in range(1,11) la variable i prend les valeurs 1 à 10.

Retour à l'exercice ⏪