ACADÉMIE
DE CLERMONT-FERRAND
Liberté
Égalité
Fraternité

Livret de liaison en Mathématiques entre les collèges et les lycées

Bassin de Vichy

Année scolaire 2022-2023

Piloté par les chefs d'établissements du bassin de Vichy et l'inspection pédagogique régionale de mathématiques de l'académie de Clermont-Ferrand, ce livret de liaison a été pensé, créé et rédigé par les enseignants de mathématiques des collèges et lycées du bassin.

Son objectif principal est d'offrir aux élèves un outil de travail pour favoriser la continuité des apprentissages entre la scolarité en collège et l'entrée au lycée. Il s'appuie sur les attendus de fin du cycle 4.

Sept thèmes composent ce livret :

- Calcul numérique
- Calcul littéral
- Résolution d'équations
- Généralités sur les fonctions
- Modélisation par une fonction affine
- Famille des quadrilatères
- Calcul de longueurs ou d'angles

Plusieurs types d'exercices y sont présentés : application directe, tâche intermédiaire, prise d'initiative, automatismes, type DNB, défis.

Il est conseillé aux élèves rentrant en seconde de :

- ✓ Ne pas faire toutes les fiches d'un coup, de s'organiser et de ne pas commencer juste avant la rentrée.
- ✓ S'assurer que l'on maîtrise le rappel de cours avant d'effectuer les exercices.
- ✓ Faire attention au soin et à la rédaction.
- ✓ Reprendre le cours de 3$^{\text{ème}}$ en cas de difficulté et de retrouver des exercices du même type.

La correction des exercices ou des coups de pouce seront disponibles sur les sites des lycées durant le mois d'août. Le livret de liaison sera éventuellement investi en classe en fin de 3$^{\text{ème}}$ mais aussi en début de 2$^{\text{nde}}$.

Bon travail et bonnes vacances

Sommaire :

S'exercer au calcul numérique

Outil 1 : Calcul numérique (Fractions)

On considère quatre nombres a, b, c et d, avec c et d non nuls.

Somme : $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ $\qquad \frac{21}{30}-\frac{8}{30}=\frac{21-8}{30}=\frac{13}{30}$

Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, il faut d'abord les écrire avec le même dénominateur.

Produit : $\frac{a}{c}\times\frac{b}{d}=\frac{a\times b}{c\times d}$ $\qquad \frac{4}{9}\times\frac{6}{7}=\frac{4\times3\times2}{3\times3\times7}=\frac{8}{21}$

Inverse (a et b non nuls) : L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.
Cas particulier : L'inverse de a non nul est $\frac{1}{a}$.

Quotient (b , c et d non nuls) : Pour diviser par une fraction, il faut multiplier par son inverse :

$\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{d}}=\frac{a}{c}\div\frac{b}{d}=\frac{a}{c}\times\frac{d}{b}$ $\qquad \frac{\frac{4}{9}}{\frac{7}{5}}=\frac{4}{9}\div\frac{7}{5}=\frac{4}{9}\times\frac{5}{7}=\frac{20}{63}$

Outil 2 : Calcul numérique (Puissances et écriture scientifique)
Pour tout entier $n\geq 2$, on note : $a^n=a\times a\times a\times \ldots\times a$ avec n facteurs ; a^n se lit « a exposant n ».
Si $a\neq 0$, $a^0=1$ et $a^1=a$.
Si $a\neq 0$, a^{-n} désigne l'inverse de a^n et donc $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ $\qquad 2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$

Notation scientifique d'un nombre décimal : $a\times 10^n$, avec a nombre décimal tel que $1\leq a<10$ et n un nombre entier relatif.
Exemple : 0,00237 = 2,37 $\times 10^{-3}$

Tous les exercices de la fiche sont à faire sans calculatrice.

Partie exercices : Calcul numérique (Fractions)

Exercice 1 : Application directe
Calculer puis mettre sous forme de fraction irréductible :

$A=\frac{9}{10}-\frac{2}{15}-\frac{-7}{20}$; $B=\frac{-2}{13}\times\frac{6}{8}\times\frac{-4}{3}$; $C=\frac{\frac{-5}{6}}{\frac{6}{-5}}$

$D=\frac{4}{7}-\frac{1}{7}\times\frac{5}{3}$; $E=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\div\frac{2}{5}$; $F=\frac{\frac{2}{5}+3}{\frac{2}{1}-3}$

Exercice 2 : Tâche intermédiaire
Un agriculteur décide de partager son champ entre ses quatre enfants.
L'aîné en aura $\frac{1}{3}$ et le benjamin $\frac{1}{4}$.
Sachant que les deux autres enfants auront la même part, déterminer cette part.

Calculs et réponses :

Exercice 3 : Prise d'initiative

Une feuille de papier a une épaisseur égale à un sixième de millimètre.
On la plie en deux, 5 fois de suite.
Quelle est l'épaisseur obtenue ?

Partie exercices : Calcul numérique (Puissances et écriture scientifique)

Exercice 4 : Application directe

1. Compléter les égalités avec une écriture décimale.

4^2 =…… $(-1)^4$ = …… $(-2)^3$ = …...
1^{-3} =…… 10^3 = …... 10^{-6} = ……

2. Écrire les nombres suivants sous la forme d'une puissance de 10 :
100000 ; 0,01 ; 100 ; 0,000001 ; -10000.

3. Donner l'écriture décimale des nombres.
$32,48 \times 10^2$; $0,78 \times 10^6$; 401×10^{-2} ; $94,6 \times 10^{-4}$

4. Écrire les nombres décimaux suivants en notation scientifique.
8542 ; 14,15 ; 25640 ; 0,0012

Exercice 5 : Prise d'initiative

Un atome de carbone a une masse de 2×10^{-26} kg.
Un atome d'uranium a une masse de 4×10^{-25} kg.
Combien l'atome d'uranium est-il de fois plus lourd que l'atome de carbone ?

S'exercer au calcul littéral

Une **expression littérale** est une écriture numérique dans laquelle un ou plusieurs nombres sont variables et désignés par une lettre.

Dans la suite a, b, c, d, x et y désignent des nombres quelconques.

Simplifier une expression, c'est calculer certains produits et se passer des $\times$ inutiles.
Exemple : $3y \times 5y = 3 \times 5 \times y \times y = 15y^2$

Réduire une expression, c'est écrire cette expression avec le moins de termes possible.
Exemples : $3x + 5x = 8x$ $\qquad$ $4x^2 + 13 - 5x - 10 + 2x = 4x^2 - 3x + 3$

Développer un produit, c'est transformer ce produit en somme ou en différence.
Simple distributivité : $a(b + c) = ab + ac$.
Double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.
Exemple : $2(x - 3) = 2 \times x - 2 \times 3 = 2x - 6$
Exemple : $(x + 2)(x - 5) = x \times x + x \times (-5) + 2 \times x + 2 \times (-5) = x^2 - 5x + 2x - 10 = x^2 - 3x - 10$

Factoriser une somme ou une différence, c'est transformer cette somme ou différence en produit.
$ab + ac = a(b + c)$: on cherche un facteur commun qui ici est désigné par la lettre a.

L'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ est à connaître.
Ecrite comme ci-dessus, c'est une formule de développement.
En l'écrivant dans l'autre sens, c'est-à-dire $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, c'est une formule de factorisation.

Partie exercices

Exercice 1 : Application directe

Calculer la valeur des expressions suivantes pour $x = 2$ puis pour $x = -3$. Compléter le tableau et indiquer les calculs.

	$1{,}5x - 2$	$4x^2$	$x^2 + x + 1$
Pour $x = 2$			
Pour $x = -3$			

Exercice 2 : Application directe

Les égalités suivantes sont-elles vraies ou fausses pour toutes les valeurs de x ? Justifier la réponse.

$x - 3 = -3 + x$	V	F
$2x \times 4x = 6x^2$	V	F
$4x(x - 2) = 4x^2 - 8$	V	F
$(x + 2)(3 - x) = -(x + 2)(x - 3)$	V	F
$5x \times 2 \times x \times 3 = 60x$	V	F

Exercice 3 : Application directe

Réduire et simplifier les six expressions si cela est possible.

$3x + 4x$; $3x \times 4x$; $3x + 2 - 5x$; $3a + 4b - 12$;
$-12 + 3a \times 4b + 5$; $5e \times e \times (-6) + 25 \times e^2$

Calculs et réponses :

Exercice 4 : Application directe

Développer et réduire les six expressions suivantes.

$A = x(x+6)$ $\quad B = 11{,}5 - 3{,}5x(x-1)$

$C = (x+5)(2x+3)$ $\quad D = (-6x+7)(-x+8)$

$E = (2x+3)(2x-3)$ $\quad F = 12 - 7(2x+5)$

Exercice 5 : Application directe

Factoriser les quatre expressions suivantes.

$A = 54 - 18a$ $\quad B = 5b + 25$

$C = -5x + 3x^2$ $\quad D = 3x^2 - 6x$

Exercice 6 : Application directe

En utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, factoriser les expressions suivantes.

$A = x^2 - 25$ $\quad B = 9y^2 - 49$

$C = x^2 - 3$ $\quad D = 16 - 4t^2$

Exercice 7 : Type DNB

Voici deux programmes de calcul

Programme A

Choisir un nombre
Enlever 7
Multiplier le résultat par 3
Ajouter 1

Programme B

Choisir un nombre
Ajouter 10
Le multiplier par 8
Enlever 5 fois le nombre de départ

1. Compléter le tableau suivant.

Nombre de départ	7	1	-10	1,5
Résultat Programme A				
Résultat Programme B				

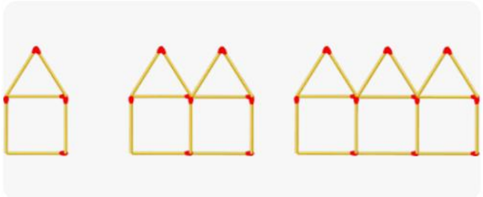
2. Démontrer que pour n'importe quel nombre de départ, la différence entre les résultats renvoyés par les deux programmes est toujours la même.

Défi 1 :

Factoriser l'expression $A = (5x-6)(11x+6) + 8(11x+6)$.

Défi 2 :

Combien d'allumettes contient la figure à l'étape n ?



Etape 0 Etape 1 Etape 2

Résoudre des équations

Outil 1 : Résoudre une équation du 1er degré

Résoudre : $2(2x-5)=7x+3$
$4x-10=7x+3$ ← on commence par développer (Voir page 5)
$4x-7x-10=7x-7x+3$ ← on isole les termes en x dans un membre
$-3x-10+10=3+10$ ← on isole les termes constants dans l'autre membre
$-3x=13$
$x=-\frac{13}{3}$ ← on en déduit la valeur de x
La solution est $-\frac{13}{3}$.

Outil 2 : résoudre une équation produit nul

Résoudre : $(3x+2)(1-4x)=0$
Un produit est nul si et seulement si au moins un des deux facteurs est nul.
$3x+2=0$ ou $1-4x=0$ ← on applique la méthode 1 à chaque facteur
$3x=-2$ ou $1=4x$
$x=-\frac{2}{3}$ ou $x=\frac{1}{4}$
Les solutions sont $-\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{4}$.

Outil 3 : résoudre une équation du type $x^2=a$

Résoudre : $x^2=5$ ← puisque 5 est strictement positif, il y a deux solutions
Les solutions sont $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.
Attention *: si $a<0$, l'équation $x^2=a$ n'a pas de solution.*

Partie exercices

Exercice 1 : Application directe
Résoudre les équations suivantes :
a. $(x-8)(2x+6)=0$
b. $x^2=100$
c. $10(x+2)=5x-5$

Exercice 2 : Tâche intermédiaire
Résoudre les équations suivantes :
a. $3t^2=18$
b. $(3x-7)(3x+1)+2=2$
c. $3(2y-7)+2y=10y-5$

Exercice 3 : Tâche intermédiaire
Pour son anniversaire, un enfant offre une eau de toilette qui coûte 25 € et un bouquet de roses à son père.
Chaque rose coûte 1,60 €. Il en a en tout pour 39,40 €.
Combien de roses a-t-il offert ?
a. Quelle est l'inconnue de ce problème ?
b. Mettre ce problème en équation.
c. Résoudre l'équation et répondre au problème.

Exercice 4 : Tâche intermédiaire
Soit f une fonction affine définie par $f(x)=-3x+5$
Déterminer l'antécédent de -7, celui de 35 et celui de $\frac{1}{3}$.
(On pourra consulter la page 9)

Calculs et réponses :

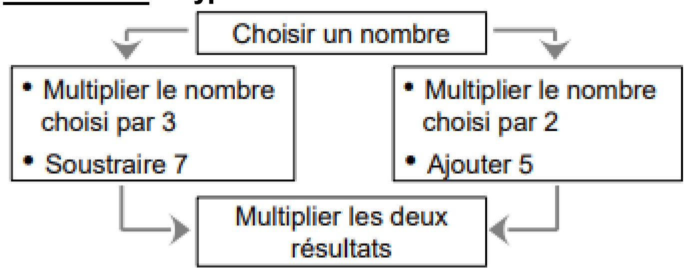
<u>Exercice 5</u> : Prise d'initiative

A la boulangerie, Evariste achète 7 croissants et 4 pains au chocolat. Il paye 12,15 €.
Sachant qu'un pain au chocolat coûte 0,15 € de plus qu'un croissant, déterminer le prix d'un croissant.

<u>Exercice 6</u> : Prise d'initiative

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 3 km.
La largeur mesure 150 m de moins que la longueur.
Déterminer les dimensions du terrain.

<u>Exercice 7</u> : Type DNB



A l'aide d'une équation, trouver quel(s) nombre(s) choisir au départ pour obtenir 0 à la fin de ce programme de calcul.

<u>Défi 1</u>

On soustrait un même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{3}{8}$.
Quel est ce nombre sachant que l'on obtient l'inverse de la fraction initiale ?

Maîtriser la notion de fonction

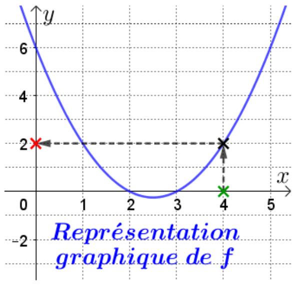
Définition : Une fonction f est un procédé de calcul qui, à un nombre x, appelé la variable, associe un nombre et un seul que l'on note $f(x)$.
On dit que $f(x)$ est l'image de x par la fonction f et x est un antécédent de $f(x)$ par la fonction f.
On note : $f: x \longmapsto f(x)$

Antécédent Image

Une fonction peut être représentée par un graphique, par un tableau de valeurs ou par une formule.

Détermination d'images et d'antécédents

Avec la représentation graphique de la fonction



L'image de 4 par la fonction f est 2. On note $f(4) = 2$.
De la même façon $f(0) = 6$, $f(2) = 0$.

Les antécédents de 2 par la fonction f sont 1 et 4.
Ce qui signifie que 1 et 4 sont les deux nombres qui ont pour image 2.
On a donc $f(1) = 2$ et $f(4) = 2$.

Avec un tableau de valeurs de la fonction

Voici un tableau de valeurs d'une fonction g.

Antécédent(s) de $g(x)$ →	x	– 2	– 1	0	7
Image de x →	$g(x)$	5	0	– 3	5

L'image de 0 par la fonction g est – 3.
En effet, à 0 sur la ligne des x correspond – 3 sur la ligne des images $g(x)$. On note $g(0) = -3$.

Les antécédents de 5 par la fonction g sont – 2 et 7. En effet, 5 sur la ligne des images $g(x)$ est en correspondance avec – 2 et 7 sur la ligne des x.
On note $g(-2) = g(7) = 5$.

Avec une formule de l'image de x : h est une fonction définie par $h(x) = 3x - 7$.

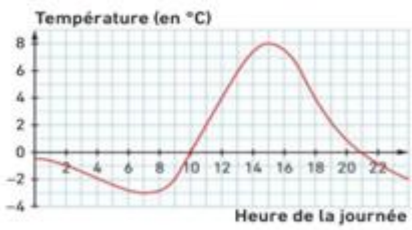
Calculer l'image de 5 par la fonction h.
On remplace x par 5 dans la formule de $h(x)$.
$h(5) = 3 \times 5 - 7 = 15 - 7 = 8$.
L'image de 5 est 8, on note $h(5) = 8$.

Déterminer le ou les antécédents de – 1 par la fonction h.
Il suffit de résoudre l'équation :
$h(x) = -1$
$3x - 7 = -1$
$3x = 6$ *(On a ajouté 7 dans les deux membres.)*
$x = 2$ *(On a divisé par 3 les deux membres.)*
– 1 a un seul antécédent qui est 2, on note $h(2) = -1$.

Partie exercices

Exercice 1 : Application directe

A Cusset, le 8 janvier, on a relevé les températures en continue sur la journée.



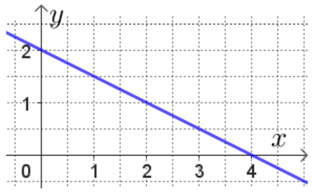
1. Recopier et compléter :
« Cette courbe représente les variations de … en fonction de … .»

2. On note T la fonction qui, à une heure h donnée de la journée, fait correspondre la température $T(h)$ en °C.
a. Compléter $T: 7 \longmapsto ...$
b. Que signifie l'écriture $T(18) = 4$?
c. Compléter :
$T(20) = \dots$; $T(9) = \dots$; $T(\dots) = -3$; $T(\dots) = T(\dots) = 0$

Calculs et réponses :

Exercice 2 : Questions rapides

Une fonction f est représentée ci-contre et on en connaît aussi un tableau de valeurs.



x	– 48	– 2,4	3,2	100
$f(x)$	26	3,2	0,4	– 48

1. a. Traduire $f(5{,}2) = -0{,}6$ par deux phrases, l'une comportant le mot image et l'autre le mot antécédent.
   b. Traduire les deux phrases suivantes par des égalités :
      « -3 est l'image de 10 par la fonction f. »,
      « -3 est un antécédent de 3,5 par la fonction f. ».
2. a. Lire graphiquement l'image de 3 par la fonction f.
   b. Lire graphiquement un antécédent de 1 par la fonction f.
3. a. Lire dans le tableau l'image de – 48 par la fonction f.
   b. Lire dans le tableau le ou les antécédents de – 48.
   c. Compléter l'égalité suivante $f(3{,}2) = \dots$.
   d. Ajouter des colonnes au tableau en respectant les indications suivantes :
      - $f(200) = -98$;
      - l'image de 196 par f est le double de celle de 100 ;
      - – 73 a pour antécédent 150 par la fonction par f.

Exercice 3 : Application directe

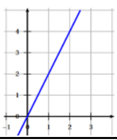
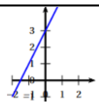
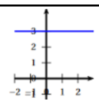
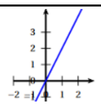
Soit la fonction f définie par $f(x) = -3x + 9$.

1. Calculer l'image de – 2 par la fonction f puis calculer $f(-3)$.
2. Déterminer le ou les antécédents éventuels de 12 par f.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 4$.
5. Compléter le tableau de valeurs suivant :

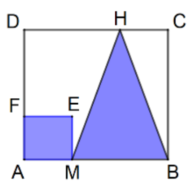
x	-3	-2	-1	0			
$f(x)$					8	7	6

Exercice 4 : Type DNB

Déterminer la bonne réponse pour chaque situation.

1. Quel est l'antécédent de 2 par la fonction f représentée ci-contre ? 	2	1	4
2. La fonction f est définie par $g(x) = 3x^2 - 7$. Quelle est l'affirmation correcte ?	29 est l'image de 2.	$g(3)$ est égal à 20.	$g(-7)$ est égal à 0.
3. La fonction h est définie par $h(x) = 2x + 3$. Quelle est sa représentation graphique ?			

Exercice 5 : Prise d'initiative

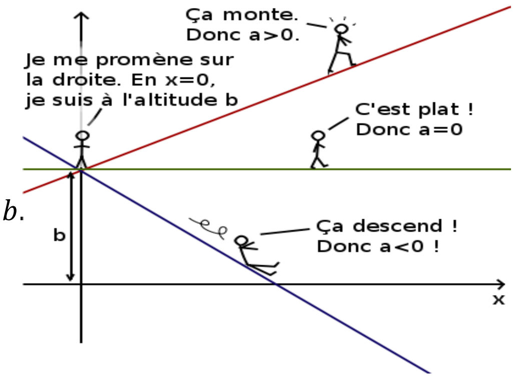


ABCD est un carré tel que AB = 4 et M un point mobile du segment [AB].
AMEF est un carré et H est un point de [CD] tel que MBH soit isocèle en H.
On pose x = AM.
Donner l'expression de la fonction qui, à la longueur x, associe l'aire du domaine coloré.

Défi 1 : Soit A la fonction définie par $A(x) = 2x^2 - 10x + 1$.
Le nombre 1 admet-il des antécédents par la fonction A ? Si oui, les déterminer tous.

Modéliser par une fonction affine

L'expression algébrique d'une fonction affine est de la forme $f(x) = ax + b$
où x est la variable ; a et b sont des nombres fixés.
Sa représentation graphique dans un repère est une droite ;
a est appelé le **coefficient directeur de la droite**
et b est **l'ordonnée à l'origine**.



Cas particuliers :
Si $a = 0$, alors la fonction est une fonction affine constante : $f(x) = b$.
Si $b = 0$, alors c'est une fonction affine linéaire : $f(x) = ax$.

Une situation de proportionnalité est modélisée par une fonction linéaire, donc représentée par une droite passant par l'origine.

Partie exercices

Exercice 1 : Application directe

Entourer en rouge les expressions associées aux fonctions linéaires, et en vert celles associées aux fonctions affines.

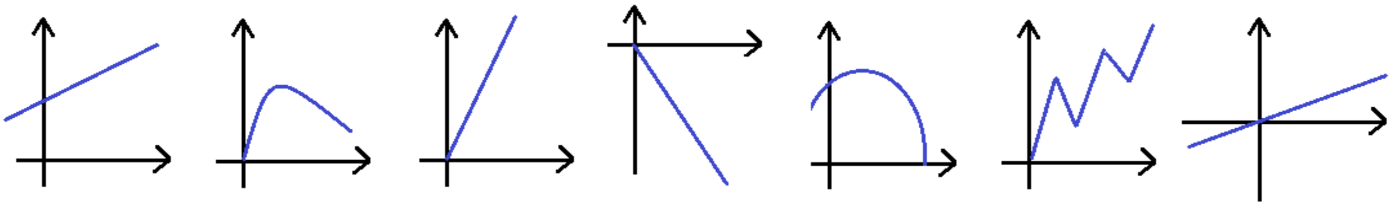
Indice : certaines expressions seront entourées deux fois, d'autres jamais …

$4x$; $2-7x$; x^2 ; 6 ; $\frac{1}{2}x$; $-x$; $\frac{x}{3}$; $\frac{3x-1}{7}$; $4x(1-x)$;

$\frac{42x}{5}$; $\frac{3}{x}-2$; $2(x-1)+3(2x-7)$; $2x(x-1)-2x^2$

Exercice 2 : Automatismes

Entourer les représentations graphiques associées à une situation de proportionnalité.



Exercice 3 : Tâche intermédiaire

Dans ce repère, sont tracées des courbes. Indiquer celles qui représentent une fonction affine et parmi celles-ci, préciser celles qui sont particulières (linéaires ou constantes).

Pour toutes les fonctions affines, déterminer le signe du coefficient directeur.

Indice : on peut ne rien écrire si la fonction n'est pas affine.

C_f ……………………………

C_g ……………………………

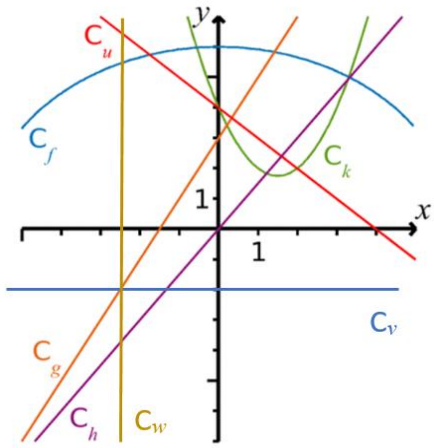
C_h ……………………………

C_k ……………………………

C_u ……………………………

C_v ……………………………

C_w ……………………………



Exercice 4 : Automatismes Compléter le tableau ci-dessous :

Évolution	Coefficient multiplicateur	Fonction linéaire associée
Augmentation de 30%		
	1,7	
	0,89	
		$f(x) = 1{,}04x$

Exercice 5 : Tache intermédiaire

1. Dans le repère ci-dessous, tracer les représentations graphiques des fonctions définies par :

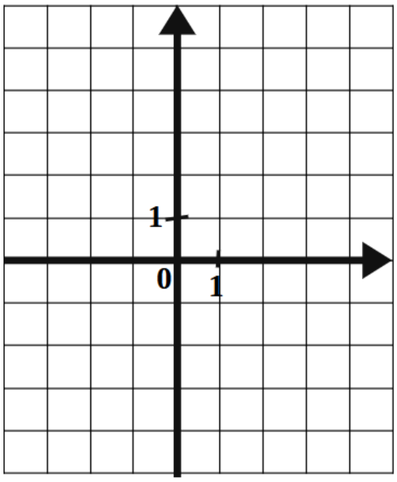
$f(x) = 3x + 2$

$g(x) = -2x$

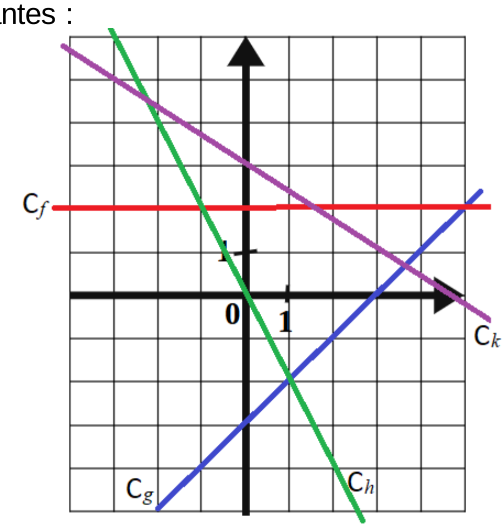
$h(x) = -4$

$m(x) = 1 - x$

$n(x) = \frac{1}{2}x + 3$



2. Déterminer la valeur de l'ordonnée à l'origine b et le signe du coefficient directeur a des fonctions affines suivantes :



Exercice 6 : Type DNB

Associer à chaque situation l'expression algébrique de la fonction qui la modélise (en reliant).

Un abonnement au cinéma coûte 10 euros puis chaque séance coûte 9 euros. Quel est le prix payé pour x séances ? ………………………………………..............□

Une famille consommait x kWh d'électricité. Pour maintenir son budget, elle a baissé sa consommation de 9%. Quelle est sa nouvelle consommation ? ………□

Quelle est l'aire d'un carré de côté $3x$?.. □

Un bijou coûtant x euros en décembre subit une augmentation de 9% le 10 Janvier. Quel est son nouveau prix ? …………………………………….……..…….□

- □ $1{,}09x$
- □ $3x^2$
- □ $19x$
- □ $9x^2$
- □ $1{,}9x$
- □ $10 + 9x$
- □ $9 + 10x$
- □ $0{,}91x$
- □ $0{,}9x$
- □ $10 + 9x^2$

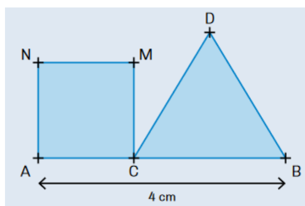
Exercice 7 : Prise d'initiative

Un club de sport propose deux tarifs ci-contre.
Pour combien d'entrées les tarifs 1 et 2 sont-ils aussi avantageux l'un que l'autre ?

Tarif 1 : 45€ l'entrée. *Tarif 2* : carte de fidélité à 108€, puis 39€ l'entrée.

Exercice 8 : Prise d'initiative (*d'après le guide de résolution de problèmes au collège*)

Le point C appartient au segment [AB]. La longueur du segment [AB] vaut 4 cm.
Le carré ACMN et le triangle équilatéral BDC sont dessinés du même côté du segment [AB].
Où placer le point C pour que le périmètre du carré soit égal à celui du triangle ?



(Re)connaître des quadrilatères particuliers

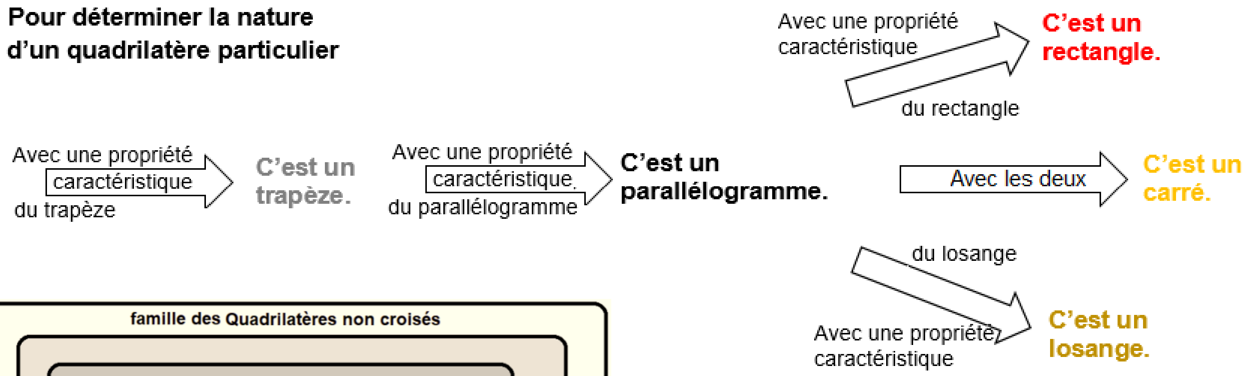
Propriété caractéristique du trapèze
Un quadrilatère est un trapèze si et seulement s'il a deux côtés opposés parallèles.

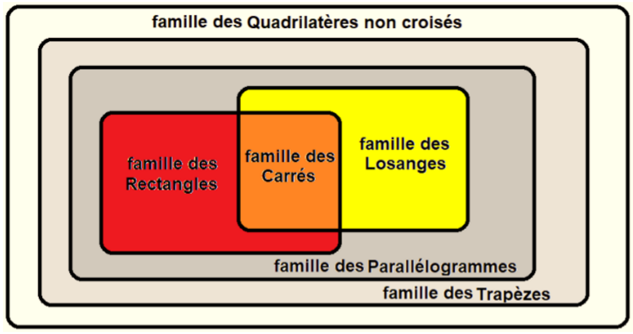
Propriétés caractéristiques du parallélogramme
Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2.
Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu.
Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses côtés opposés sont de même longueur 2 à 2.
Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses angles opposés sont de même mesure 2 à 2.
Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement s'il a deux côtés opposés parallèles de même longueur.

Propriétés caractéristiques du rectangle
Un quadrilatère est un rectangle si et seulement si c'est un parallélogramme dont les diagonales sont de la même longueur.
Un quadrilatère est un rectangle si et seulement si c'est un parallélogramme qui possède un angle droit.

Propriétés caractéristiques du losange
Un quadrilatère est un losange si et seulement si c'est un parallélogramme qui a deux cotés consécutifs de même longueur.
Un quadrilatère est un losange si et seulement si c'est un parallélogramme qui possède un angle droit.

Propriété caractéristique du carré
Un quadrilatère est un carré si et seulement si c'est un rectangle et un losange.



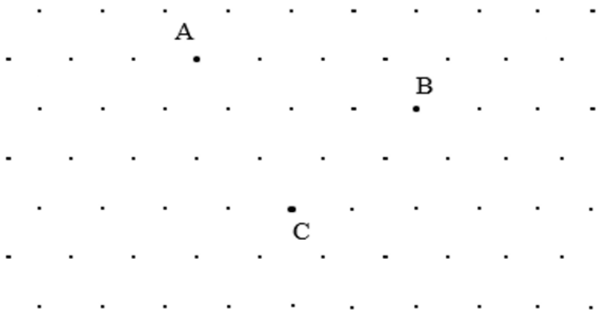


À retenir
Un carré est toujours un losange.
Un carré est toujours un rectangle.
Un losange est toujours un parallélogramme.
Un rectangle est toujours un parallélogramme.
Un parallélogramme est toujours un trapèze.

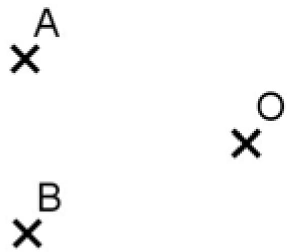
Partie exercices

Exercice 1 : Application directe

Construire le quatrième point du parallélogramme ABCD.

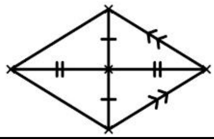
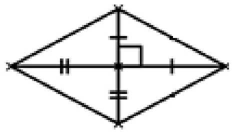
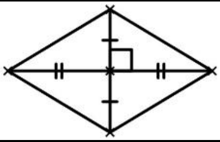
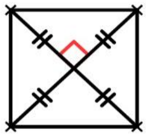
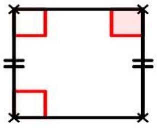
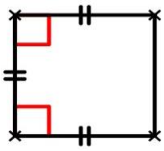
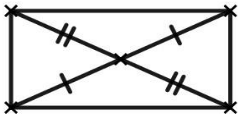
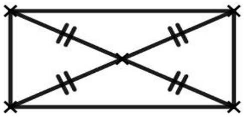
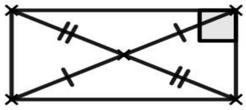


Construire le parallélogramme ABCD de centre O.



Exercice 2 : Automatismes

Pour chaque question, déterminer la ou les bonnes réponses. Justifier.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. ABCD est un parallélogramme de centre O. Que peut-on dire du point O ?	C'est le milieu de [BD].	C'est le milieu de [AB].	C'est le centre de symétrie de ABCD.
2. Quelle figure représente nécessairement un losange ?			
3. Quelle figure représente nécessairement un carré ?			
4. Quelle figure représente nécessairement un rectangle ?			

Exercice 3 : Tâche intermédiaire

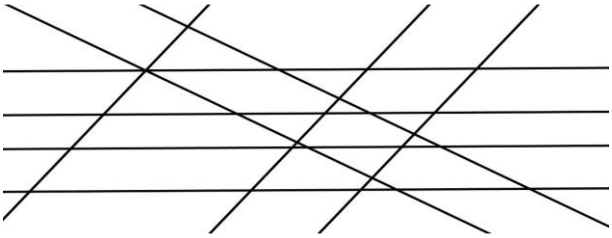
1. ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].
La parallèle à (AC) passant par D coupe (AB) en I et la parallèle à (AC) passant par B coupe (DC) en J.
Construire cette figure.
2. Démontrer que le quadrilatère IBJD est un parallélogramme.

Exercice 4 : Tâche intermédiaire

Tracer un cercle de centre O et de diamètre [BC].
A est un point du cercle et D son symétrique par rapport au centre O.
1. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier la réponse.
2. En déduire la nature du triangle ABC.

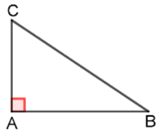
Exercice 5 : Prise d'initiative

La figure ci-dessous a été réalisée avec trois séries de droites parallèles.
Déterminer le nombre de parallélogrammes crées par ces droites.

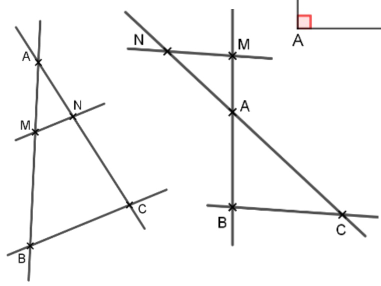


Calculer une longueur, calculer un angle

Outil 1 : Le théorème de Pythagore pour calculer une longueur dans un triangle rectangle
Si un triangle ABC est rectangle en A d'hypoténuse $[BC]$, **alors** $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



Outil 2 : Le théorème de Thalès pour calculer une longueur
(BM) et (CN) sont deux droites sécantes en A.
Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles,
alors on a : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$ ← longueurs des côtés du triangle AMN / ← longueurs des côtés du triangle ABC

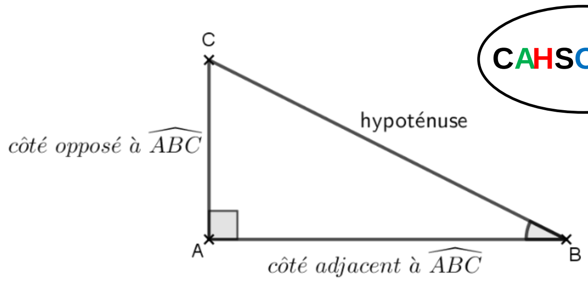


Outil 3 : Trigonométrie pour calculer une longueur ou un angle dans un triangle rectangle
Dans un triangle ABC rectangle en A,

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}} = \frac{AC}{AB}$$



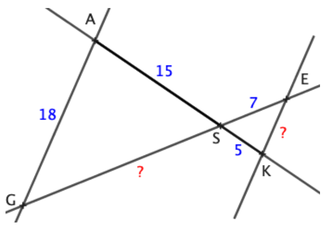
CAHSOHTOA

Outil 4 : Somme des angles d'un triangle pour calculer un angle
La somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à 180°.

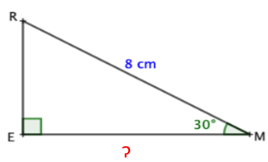
Partie exercices

Exercice 1 : Application directe
Soit LCT un triangle rectangle en C tel que
$LC = 10{,}5$ cm et $TC = 14$ cm.
Calculer la longueur TL.

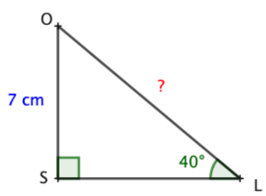
Exercice 2 : Application directe
Sur la figure ci-contre, les droites (AG) et (EK) sont parallèles, et les longueurs sont données en cm.
Calculer les longueurs SG et EK.



Exercice 3 : Application directe
Calculer la longueur ME.
Arrondir le résultat au dixième.

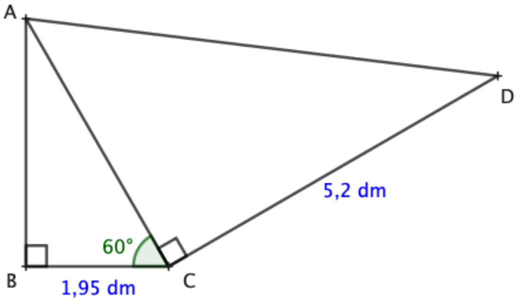


Exercice 4 : Application directe
Calculer la longueur OL.
Arrondir le résultat au centième.



Calculs et réponses :

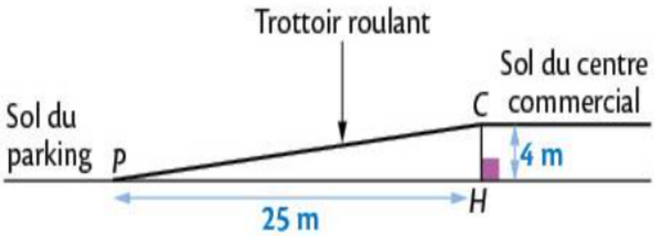
<u>Exercice 5</u> : Tâche intermédiaire et prise d'initiative



Après avoir justifié que $AC = 3{,}9$ dm, déterminer toutes les longueurs et tous les angles en jeu dans cet exercice.

<u>Exercice 6</u> : Type DNB

Les gérants d'un centre commercial ont construit un parking souterrain et souhaitent installer un trottoir roulant pour accéder de ce parking au centre commercial. Les personnes empruntant ce trottoir roulant ne doivent pas mettre plus d'une minute pour accéder au centre commercial.
La situation est présentée par le schéma ci-dessous.



Caractéristiques du trottoir roulant :

Modèle 1

- Angle maximum avec l'horizontale : $12°$
- Vitesse : $0{,}5$ m/s

Modèle 2

- Angle maximum avec l'horizontale : $6°$
- Vitesse : $0{,}75$ m/s

Est-ce que l'un de ces modèles peut convenir pour équiper ce centre commercial ? Justifier la réponse.